# Resumenes de cursos y conferencias en la “Escuela de invierno en Matemáticas 2025”

8 de octubre de 2025

Liga del evento: https://www.matcuer.unam.mx/EscuelaInvierno/

## Cursos

- Francisco Marcos López García. Título del curso: La transformada de Hankel, propiedades y aplicaciones.

  Resumen: Introduciremos la transformada de Hankel, analizaremos algunas de sus propiedades y la aplicaremos para resolver ciertas ecuaciones diferenciales ordinarias/parciales.

- Faustino Agustín Romano Velázquez. Título del curso: Introducción a la teoría de curvas singulares.

  Resumen: La teoría de singularidades es un área muy rica de las matemáticas. Es el punto de encuentro de varias áreas como topología, geometría y Álgebra, y justo esta interacción nos permite encontrar problemas con diferentes interpretaciones. En este curso veremos un caso concreto, vamos a ver como el álgebra y la topología se conectan en el estudio de curvas planas singulares. Para esto vamos a ver la noción de hipersuperficie singular, propiedades de curvas planas singulares y su clasificación combinatoria.

## Conferencias

- Aubin Arroyo Camacho. Título: Atractores Extraños

  Resumen:

  Estudiar el movimiento es una manera de mirar hacia el futuro: sin tiempo, todo estaría inmóvil. Las ecuaciones diferenciales son parte del lenguaje con el que las matemáticas describen los fenómenos que cambian con el tiempo.

Si bien no es posible resolver explícitamente la mayoría de las ecuaciones, su estudio ha revelado estructuras profundas que rigen el comportamiento de los sistemas dinámicos. En los años setenta, mediante aproximaciones numéricas, se descubrió el llamado efecto mariposa, que mostró cómo pequeñas variaciones en las condiciones iniciales pueden provocar resultados radicalmente distintos, dando origen a la teoría del caos y a la inquietante idea de que las matemáticas pudieran ser impredecibles.

Décadas después, el enfoque cualitativo de la Teoría de los Sistemas Dinámicos nos permitió comprender que detrás de ese aparente desorden existen objetos geométricos: los atractores extraños, que gobiernan el comportamiento de los sistemas y nos revelan la forma oculta del caos.

En esta plática alternaremos entre ideas matemáticas de los sistemas dinámicos y el proceso de construir visualizaciones que habitan un territorio compartido entre las matemáticas y el arte, presentando algunas de las obras realizadas recientemente.

- Gilberto Calvillo Vives. Título: Vivir Jugando... Matemáticamente.

  Resumen: Los juegos de mesa son tan antiguos como la civilización. En pinturas egipcias, chinas, persas y griegas se pueden apreciar personajes jugando sobre un tablero rectangular con casillas cuadradas. Alguno de estos juegos evolucionó hasta el ajedrez actual. El Ajedrez junto con el Go son los juegos de estrategia más famosos, aunque hay otros como el Hex que también son interesantes. La asociación de estos juegos con las matemáticas es igualmente omnipresente. Basta mencionar una de las leyendas del ajedrez donde el supuesto inventor del juego pide una recompensa, en apariencia modesta, pero que el rey no puede cumplir. Esta recompensa encierra la trampa de la explosión combinatoria.

  Igualmente antiguos son los juegos de azar. Es conocida la leyenda de que los soldados romanos jugaron a los dados para ver quién se quedaba con las ropas de Jesús mientras este agonizaba en la cruz. Pasaron siglos antes de que un grupo de matemáticos analizaran los juegos de azar e inventaran la probabilidad.

  Finalmente, en 1928 los juegos entraron de lleno como disciplina matemática con el artículo de John Von Neumann "On the theory of games of strategy" años después en 1944 su teoría fue extendida en su libro, con Oscar Morgestern, "The Theory of Games and Economic Behaviour".

  En esta platica plantearé algunos juegos de estrategia y veré su relación con las matemáticas, en especial con la combinatoria.

- José Luis Cisneros Molina. Título: Clasificación ADE.

  Resumen: Una clasificación ADE es una situación donde cierto tipo de objetos matemáticos están en correspondencia con los diagramas de Dynkin simplemente enlazados. Un diagrama de Dynkin, llamado así por el matemático ruso Eugene Dynkin, es un tipo de gráfica con algunas aristas dobles o triples, las cuales son, dentro de ciertas restricciones, dirigidos. Los diagramas de Dynkin simplemente enlazados son los que no tienen aristas múltiples. Las clasificaciones ADE aparecen en diferentes áreas de las matemáticas como Álgebras de Lie, Singularidades, Teoría de grupos y muchas otras. En esta plática veremos algunos ejemplos de clasificaciones ADE y las relaciones entre ellas.

- Luis Joel Espinosa González. Título: Estimación Fourier–Malliavin de la volatilidad en procesos de Itô en $L^2$ con integrandos deterministas.

  Resumen: En este trabajo estudiamos el estimador de Fourier de la volatilidad en un marco donde el precio se modela mediante un proceso de Itô cuyo coeficiente de difusión $\sigma$ es determinista y cuadrado integrable. La motivación es relajar los supuestos habituales del método de Fourier–Malliavin, sustituyendo el requisito $\sigma \in L^4$ por la hipótesis más débil $\sigma \in L^2$. Esta relajación se apoya en resultados previos que muestran que, para una familia de coeficientes con comportamiento asintótico en tiempo finito que no pertenecen a $L^4$, el estimador sigue siendo aplicable. Con base en ello, demostramos que la validez del procedimiento se extiende al caso general $\sigma \in L^2$.

- Mario Eudave Muñoz. Título: Desanudando nudos.

  Resumen: Es bien sabido que cualquier nudo se puede desanudar al cambiar algunos cruces en un diagrama del nudo. Al mínimo número de cruces necesario para desanudar a un nudo $K$, tomado sobre todos los diagramas, se lo conoce como número de desanudamiento de $K$, denotado $u(K)$. Este es un invariante de nudos fácil de definir pero difícil de calcular. Existen otras formas de desanudar un nudo, o sea, otras movidas locales que desanudan a cualquier nudo, lo que produce otros números de desanudamiento. En esta plática veremos varios de estos números de desanudamiento y su relación con $u(K)$. También veremos cómo se comportan estos invariantes con respecto a la suma conexa de nudos.

- Ivan Alejandro Gomez Marmolejo. Título: Operadores de Dirac.

  Resumen: Los operadores de Dirac son operadores diferenciales de primer orden que unifican y generalizan diversos operadores fundamentales en geometría. Ejemplos importantes son el operador de Gauss–Bonnet, el operador de Dirac clásico y el operador de Dolbeault–Dirac, cuyos índices están ligados a teoremas centrales como Gauss–Bonnet, Atiyah–Singer y Riemann–Roch. Su estudio revela la profunda conexión entre análisis, geometría y topología. En la plática introduciremos tales operadores y analizaremos uno de los ejemplos antes mencionados para mostrar la importancia de tales operadores en geometría.

- Gabriela Hinojosa Palafox. Título: Nudos en fractales.

  Resumen: Karl Menger en 1926 introdujo el famoso fractal “esponja de Menger” o “cubo de Menger”, que es una generalización del tapete de Sierpinski de dimensión dos y del conjunto de Cantor de dimensión uno. La esponja de Menger $M$, se construye vía un proceso iterativo que explicaremos en esta plática. Menger demostró que $M$ es universal; es decir, cualquier espacio topológico compacto de dimensión uno es homeomorfo a un subconjunto de $M$. En particular, cada curva simple es homeomorfa a un subconjunto de la esponja de Menger. En esta plática mostraremos que todos los nudos mansos encajan en $M$ y exploraremos la generalización de este resultado.

- Lucia López de Medrano Álvarez. Título: Lo real es complicado.

  Resumen: A diferencia del caso complejo, el estudio de las variedades reales genéricas ha sido un camino empedrado. Hay muchas preguntas donde la respuesta es invariante en el caso complejo y en el real aún hay muchas preguntas abiertas. Un ejemplo de esto es el estudio de la topología de las curvas en el plano proyectivo. En el caso complejo depende únicamente del grado del polinomio y en el caso real no. Como muestra, una parte del problema 16 de Hilbert es sobre la topología de las curvas reales planas de grado 6. En esta plática veremos algunos puntos de esta historia, empezando por los trabajos de Harnack, Klein y Hilbert en el siglo XIX, los de Gudkov y Viro entre otros en el siglo XX y llegaremos a ver porqué el método de Viro es uno de los pilares de la Geometría tropical que se empezó a estudiar en el siglo XXI.

- Fabiola Manjarrez Gutiérrez. Título: Nudos.

  Resumen: En esta charla vamos a hablar de nudos matemáticos. Este es un nudo como los que conocemos con la diferencia de que los extremos de la cuerda, con la que está hecho, están unidos. Platicaremos sobre nociones básicas de nudos, acerca de cómo y por qué a las personas matemáticas les interesa estudiarlos.

- Cintia Pacchiano Camacho. Título: Unified A-priori Estimates for Minimizers under $p,q$-Growth and Exponential Growth.

  Resumen: In this talk, we present a unified regularity framework for variational integrals with non-uniformly elliptic integrands, including those exhibiting $p, q$-growth or exponential-type growth. We consider general energy functionals of the form

  $$\int_\Omega f(x, Du)\, dx,$$

where the integrand $f(x, \xi)$ may satisfy natural growth, $(p, q)$-growth, or exponential growth conditions. We establish that under suitable structural assumptions on the second derivatives of $f$ with respect to the gradient variable, any local minimizer is locally Lipschitz continuous. This key result allows us to reduce complex non-uniformly elliptic problems to a standard growth setting, where classical regularity theory can be applied.

Our analysis includes models beyond the uniformly elliptic case, such as anisotropic energies, the double phase functional, the $p(x)$-Laplacian, and exponential growth integrals. We show that a-priori estimates on the gradient and second derivatives of minimizers can be derived under general conditions involving functions $g_1$, $g_2$, and $g_3$ controlling the ellipticity and the regularity of $f$. These estimates serve as a crucial step in proving higher regularity results.

The results presented extend and unify various existing regularity theories and provide new insights, particularly for variational problems where the integrand grows faster than any polynomial at infinity. We conclude with examples demonstrating the applicability of our theory in multiple settings, including degenerate, anisotropic, and exponential-type energies.

- Salvador Pérez Esteva. Título: Espacios de Hardy y el sistema de Lamé de la elasticidad lineal.

  Resumen: Los espacios de Hardy han tenido un papel muy importante en el análisis complejo y en el análisis armónico. Mi platica empezará con una breve historia de estos espacios desde su definición original holomorfa hasta los elementos de la teoría de variable real de espacios de Hardy. Después ligaré lo anterior con un tema de mi interés que es el sistema de Lamé de elasticidad lineal, que es un sistema de ecuaciones en derivadas parciales. Contaré someramente cómo el estudio de espacios de Hardy de soluciones de dicho sistema nos da información de la estructura local de las soluciones del sistema de Lamé.

- Alberto Verjovsky Sola. Título: El orbifold modular, sistemas dinámicos y la Hipótesis de Riemann.

  Resumen: El grupo de matrices $2 \times 2$ con entradas enteras y determinante uno, actúa en el semiplano de Poincaré de los números complejos de parte imaginaria positiva. La acción es propia y discontinua y el cociente es el orbifold modular. Asociados a este orbifold hay muchos sistemas dinámicos muy interesantes que se relacionan con la función zeta de Riemann. El objetivo de la charla es elucidar eso.

- Cristina Villanueva Segovia. Título: Todo depende del ideal con que se mire.

  Resumen: En esta charla haremos un breve recorrido visitando distintas "nociones de pequeñez" que han sido motivadas por el análisis. Nuestra última parada será un ideal relativamente nuevo, el ideal de los conjuntos microscópicos, analizaremos ciertas propiedades de este ideal, presentaremos algunas generalizaciones de este concepto y plantearemos algunas preguntas abiertas sobre las que hemos estado trabajando.

- Gregor Weingart. Título: Álgebras de operadores diferenciales.

  Resumen: Entre los primeros operadores diferenciales que aprendemos estudiando las matemáticas son el gradiente, la divergencia y el operador de Laplace. Generalizando estos operadores diferenciales concretos estudiaremos en la plática las álgebras de todos los operadores diferenciales definidos en un espacio vectorial. Estas álgebras tienen varias aspectos interesantes, en la física por ejemplo se usan estas álgebras en la cuantización canónica, por que realizan el modelo mínimal de las llamadas relaciones canónicas de conmutación. En las matemáticas se estudian en particular los módulos de estas álgebras, los D-módulos, para encontrar teoremas de existencia o no existencia de soluciones de una ecuación diferencial parcial. En mi plática quiero discutir algunos de estos aspectos interesantes de las álgebras de operadores diferenciales en más detalle y dar un bosquejo de una demostración del Teorema de Poincaré-Birkhoff-Witt usando álgebras de operadores diferenciales.