

Hidroeléctrica: de pasada y con embalse

Dos modelos sencillos, componente a componente

Dra. Tatiana González Grandón



NTNU



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO

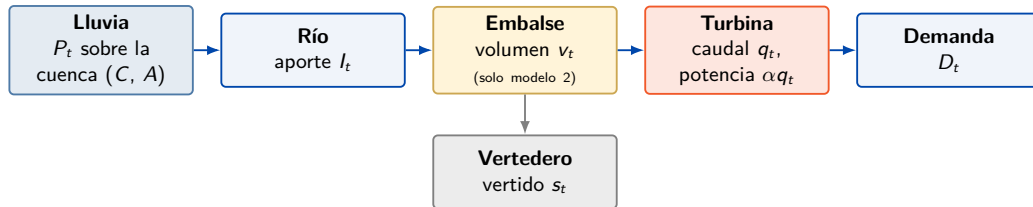
¿De pasada o con embalse?

La diferencia cabe en una frase: la central **de pasada** usa el agua *cuando llega*; la central **con embalse** puede guardarla y elegir *cuándo* usarla.

	Central de pasada	Central con embalse
Almacenamiento	no	sí (el embalse)
¿Qué se decide cada hora?	nada: aritmética	cuánta agua soltar y cuánta guardar
Herramienta	tres límites encadenados	optimización (programa lineal)
Inspirada en	Baygorria	Rincón del Bonete
Archivo del ejercicio	<code>run_of_river.jl</code>	<code>reservoir_model.jl</code>

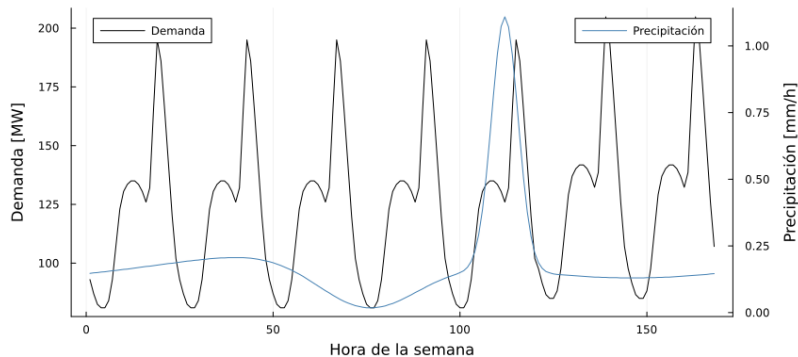
Ambas leen los mismos datos: una semana (168 horas) de lluvia sobre la cuenca y de demanda eléctrica, inspiradas en el sistema del Río Negro, en Uruguay.

Los componentes



- La lluvia se convierte en **aporte** al río; el embalse (si existe) lo guarda; la turbina lo convierte en electricidad; lo que no cabe sale por el **vertedero**.
- Cada componente aporta al modelo una ecuación o un límite: vamos uno a uno.

Los datos: una semana de lluvia y de demanda



- Una semana sintética de 168 horas con las dos situaciones que ponen a prueba a una hidroeléctrica: un **período seco** (días 3 y 4) y una **tormenta** (día 5).
- Esta figura es `expected/inputs_rainfall_demand.png`: al ejecutar `run_of_river.jl` debe obtenerla idéntica.

De la lluvia al aporte

$$I_t = \frac{C A P_t}{3.6} \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$

Símbolos: P_t lluvia (mm/h) · C coeficiente de escorrentía (0.35) · A área de la cuenca (40 000 km²) · I_t aporte al río (m³/s) · 3.6 convierte mm·km²/h en m³/s

En palabras llanas: solo una fracción C de la lluvia que cae sobre la cuenca llega al río; el resto se infiltra o se evapora.

- Es la misma transformación que usan los modelos de investigación del Río Negro: nuestra constante $C \cdot A$ es exactamente la de la cuenca real de Rincón del Bonete.
- El aporte hereda la forma de la lluvia: seco cuando no llueve, crecida durante la tormenta.

La turbina

$$\alpha = \frac{\eta \rho g H}{10^6} \quad [\text{MW por m}^3/\text{s}] \quad \text{potencia} = \alpha q_t$$

Símbolos: η rendimiento turbina-generador · ρ densidad del agua · g gravedad · H salto (m) · q_t caudal turbinado (m^3/s) · $\alpha = 0.125$ (pasada) / 0.20 (embalse)

En palabras llanas: cada m^3/s que pasa por la turbina produce α megavatios; α crece con el salto H (la altura desde la que cae el agua) y con el rendimiento.

- Dos límites físicos: el caudal máximo de la turbina ($q_t \leq q^{\max}$: $880 / 700 \text{ m}^3/\text{s}$) y la potencia instalada ($\alpha q_t \leq \text{CAP}$: $110 / 150 \text{ MW}$).
- Hipótesis de salto fijo, habitual en planificación semanal.

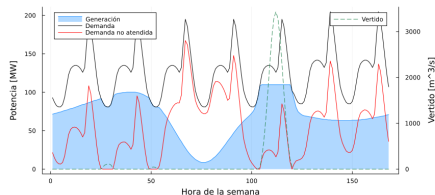
Modelo 1: la central de pasada es pura aritmética

$$G_t = \min(\alpha \min(I_t, q^{max}), CAP, D_t)$$

Símbolos: G_t generación (MW) · I_t aporte · q^{max} caudal máximo · CAP potencia instalada · D_t demanda (MW)

En palabras llanas: sin almacenamiento no hay nada que decidir: cada hora se genera lo que permita el menor de tres límites: el agua que llega, la potencia de la central y la demanda.

- Demanda no atendida: $u_t = D_t - G_t$.
- Toda el agua no turbinada se vierte: $s_t = I_t - G_t/\alpha$.
- En la tormenta vierte a plena capacidad; en el período seco se queda sin agua. Las dos cosas, con la misma central.



expected/run_of_river.png: la salida que debe reproducir.

Modelo 2: las variables de decisión del embalse

Variable	Significado	Unidad	Límites
q_t	caudal turbinado	m^3/s	$0 \dots 700$
s_t	vertido	m^3/s	$0 \dots 2\,000$
v_t	volumen del embalse	hm^3	$100 \dots 300$
u_t	demanda no atendida	MW	≥ 0

- Un juego por hora: $4 \times 168 = 672$ variables.
- Todas continuas y todas las ecuaciones lineales: es un **programa lineal** (PL), el hermano sin binarias del MILP del día 4.
- El solver elige las 672 a la vez minimizando la demanda no atendida de la semana.

Datos (no variables): el aporte I_t , la demanda D_t , y los parámetros de la central (α , CAP, q^{max} , s^{max} , R^{min} , v^{min} , v^{max} , v_0).

El balance del embalse

$$v_t = v_{t-1} + (I_t - q_t - s_t) \cdot \frac{3600}{10^6} \quad \forall t, \quad v_0 \text{ dado}, \quad v_T \geq v_0$$

Símbolos: v_t volumen (hm^3) · I_t entra · q_t sale por la turbina · s_t sale por el vertedero · $3600/10^6$ pasa una hora de m^3/s a hm^3

En palabras llanas: el agua que hay esta hora es la que había la hora anterior, más la que entra, menos la que sale por la turbina y por el vertedero.

- Es el gemelo del estado de carga de la batería del día 4: la misma ecuación con agua en lugar de energía.
- $v_T \geq v_0$ hace sostenible la semana: el embalse debe terminar al menos tan lleno como empezó, así que no se puede “ganar” vaciándolo.

Los límites y el caudal ecológico

$$v^{min} \leq v_t \leq v^{max} \quad q_t \leq q^{max} \quad \frac{\alpha q_t}{s^{max}} \leq CAP \quad q_t + s_t \geq R^{min} \quad s_t \leq$$

Símbolos: $v^{min}, v^{max} = 100, 300 \text{ hm}^3 \cdot q^{max} = 700 \text{ m}^3/\text{s} \cdot CAP = 150 \text{ MW} \cdot R^{min} = 80 \text{ m}^3/\text{s} \cdot s^{max} = 2000 \text{ m}^3/\text{s}$

En palabras llanas: el volumen y los caudales tienen que ser físicamente posibles, y hay una obligación ambiental.

- $q_t + s_t \geq R^{min}$: aguas abajo debe seguir corriendo un **caudal ecológico** mínimo, llueva o no.
- $s_t \leq s^{max}$: el vertedero también tiene un tamaño; en la sensibilidad veremos que importa.

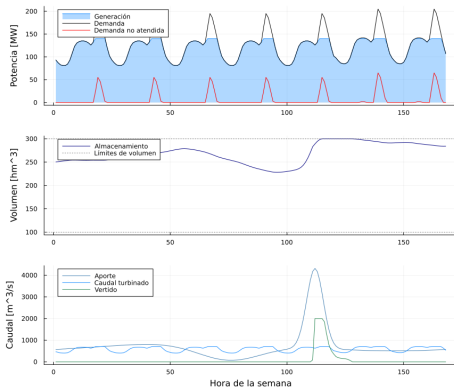
La función objetivo

$$\text{mín}_{q, s, v, u} \sum_{t=1}^{168} u_t + \sum_{t=1}^{168} \varepsilon_t s_t \quad \varepsilon_t = 10^{-4} \frac{T-t+1}{T}$$

Símbolos: u_t demanda no atendida (MW) · ε_t penalización diminuta y decreciente del vertido

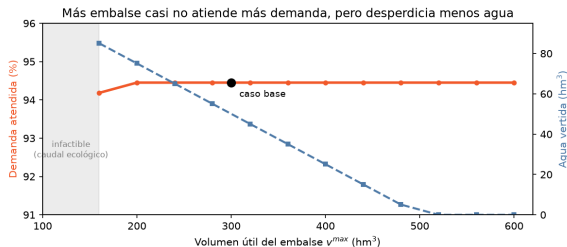
En palabras llanas: atender toda la demanda posible. La segunda suma no cambia cuánta demanda se atiende: solo deshace empates entre planes igualmente buenos, y como decrece con el tiempo elige el plan intuitivo: guardar el agua el mayor tiempo posible y verter solo cuando la crecida obliga.

Resultados: la misma agua, dos destinos



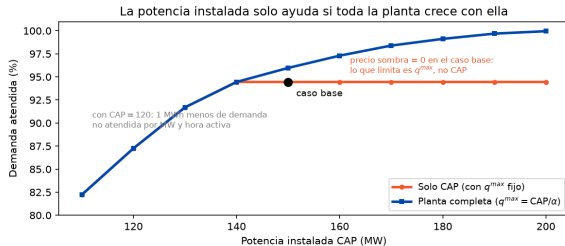
- Con los mismos datos, la central de pasada atiende el **56 %** de la demanda; la central con embalse, el **94.5 %**.
- Parte de la diferencia es que la central con embalse es mayor y más eficiente; el resto es el **almacenamiento**, que traslada el agua desde cuando llega hasta cuando se necesita.
- La figura es expected/
reservoir_dispatch.png, la salida de reservoir_model.jl.

Sensibilidad 1: ¿de qué sirve un embalse mayor?



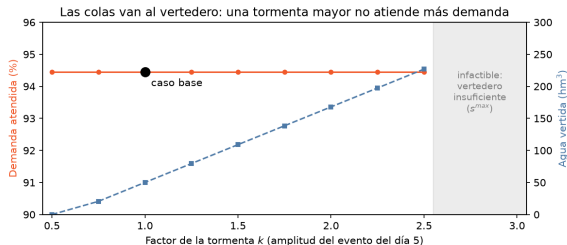
- Más volumen útil casi no atiende más demanda: el límite lo pone la **turbina**, no el almacén.
- Pero sí elimina el vertido: hacia 520 hm^3 ya no se pierde ni una gota de la tormenta.
- Por debajo de $\sim 160 \text{ } hm^3$ el problema es **infactible**: el embalse no puede sostener el caudal ecológico durante el período seco.

Sensibilidad 2: ¿de qué sirve un megavatio más?



- Subir solo la potencia instalada se estanca en el 94.5 %: a partir de 140 MW la restricción activa es el **caudal máximo** de la turbina ($\alpha q^{max} = 140$ MW), y el **precio sombra** de la potencia cae a cero.
- Si crece la planta completa (potencia y caudal a la vez), la demanda atendida sigue subiendo hasta el 99.9 %.
- Lección del día 1 aplicada: el precio sombra dice qué límite vale dinero y cuál ya no.

Sensibilidad 3: las colas van al vertedero



- Una tormenta mayor **no** mejora la demanda atendida: la escasez viene del período seco, y toda el agua extra sale por el vertedero.
- Más allá de ~ 2.5 veces la tormenta base, el propio vertedero ($2000 \text{ m}^3/\text{s}$) se queda pequeño y el modelo es infactible: el análogo del sobrevertido de una presa real.
- Contexto real: el aporte medio de Rincón del Bonete ronda los $640 \text{ m}^3/\text{s}$, con picos históricos de más de 25000 : las colas son el día a día del diseño hidroeléctrico.

¿Qué restricción manda? Y ahora, ustedes

En el caso base, hora a hora:

Restricción	¿Activa?	Horas
caudal máximo q^{max}	sí	43
volumen máximo v^{max}	sí	13
potencia CAP	nunca	0
volumen mínimo v^{min}	nunca	0

Una **restricción activa** es la que, si se relaja, mejora el resultado: ahí es donde vale la pena invertir.

Actividad: en equipos de 3 a 4 personas, abran el material del ejercicio, ejecuten los dos modelos con el botón de Play y comparen sus tablas de resultados con las de esta presentación.

Después cambien *un* parámetro (por ejemplo v^{max} o CAP) y expliquen qué cambia y por qué.